

# 参量辐射 PXR 的性能与应用

孙银宝<sup>1,2</sup> 谢亚宁<sup>1</sup>

1 (中国科学院高能物理研究所多学科中心 北京 100049)

2 (中国科学院研究生院 北京 100049)

**摘要** 参量 X 射线辐射(Parametric X-ray radiation, PXR)是带电粒子虚光子通过晶体受到晶格衍射按 Bragg 或 Laue 方式形成的 X 射线。PXR 是准单色光、方向性强、能谱窄、光子/电子转换效率高、波长可调的极化束。

电子能量范围: MeV-GeV, 具有多方面应用的潜力。

**关键词** 参量 X 射线辐射, 准单色光, X 射线源

**中图分类号** TL8

## 1 PXR 发展的回顾

1957 年, Fainberg 等<sup>[1]</sup>预言在介电常数周期性变化的介质中运动的带电粒子能产生电磁辐射, 并命名为参量的 Cherenkov 辐射。1969 年, Ter-Mikaelian<sup>[2]</sup>提出晶体中运动的相对论带电粒子会产生 X 射线辐射, 并命名为共振辐射。1985 年, 首次观察到相对论运动电子在晶体的布拉格方向上产生的电磁辐射<sup>[3]</sup>。1980 以来, 参量 X 射线辐射(Parametric X-ray radiation, PXR)被广泛用来描述相对论运动带电粒子与晶体间的相互作用。二十多年的理论和实验证明, PXR 是优秀的 X-ray 光源, 具有广泛的应用前景。

PXR 的理论可用动力学和运动学两种描述方法。动力学理论预言 PXR 会在布拉格方向和前向产生<sup>[4]</sup>。然而, 至今仍未观察到前向的 PXR<sup>[5,6]</sup>。运动学理论预言 PXR 仅在布拉格方向上产生<sup>[7-9]</sup>。大量的实验证实, 在布拉格角附近, PXR 强度有一个锥形的分布, 当 PXR 发射方向与布拉格方向的夹角等于入射粒子相对论因子的倒数时, 辐射强度达最大值。Shchagin 等<sup>[10-12]</sup>用运动学理论计算了 PXR 谱线的结构和角分布, 与实验中得到的数据相吻合, 说明运动学理论可用来解释 PXR 的主要特性。

PXR 通常由高流强短脉冲的电子直线加速器产生, 其电子束在单位立体角内能产生 MW 量级的 PXR 脉冲。Parsa 等<sup>[13]</sup>在 1997 年完成了 PXR 脉冲的功率计算。

Shchagin 等<sup>[11]</sup>观察到数 keV 至数百 keV 的 PXR, PXR 的谱线的带宽  $\Delta h\omega$  与能量  $h\omega$  的关系可用式(1)描述:

$$\Delta h\omega = h\omega \frac{\Delta\theta}{\tan(\theta/2)} \quad (1)$$

其中,  $\Delta\theta$  是实验过程中极角  $\theta$  的角分辨率。1990 年, Shchagin 等<sup>[11]</sup>进行了 PXR 谱线线宽的首次实验测定,  $\Delta\theta \approx 1$  mrad 时, 测得  $\Delta h\omega/h\omega = 160$  eV/12.1 keV。1997 年, Brenzinge 等<sup>[14]</sup>报道, 减少  $\Delta\theta$ , 线宽  $\Delta h\omega$  可减至数 eV。证明 PXR 可用作准单色可调的 X 射线光源。

Brenzinge 等<sup>[15]</sup>还测量了 PXR 产额。Fiorito 等<sup>[16]</sup>则用位置敏感探测器测量了 PXR 的二维角分布。Andreyashkin 等<sup>[17]</sup>将晶体镶嵌在同步环内, 让多通道的电子通过晶体来增加 PXR 产额。

晶体中的很多晶面族能产生 PXR, 这些晶面族通常用倒格矢空间点或倒格矢矢量  $\mathbf{g}$  来表示。1995 年, Shchagin 等<sup>[18]</sup>进行了无限多排的倒格点对 PXR 特性的影响(排影响)理论和实验研究。他们还研究了倒格点晶面族对 PXR 特性的影响(面影响)<sup>[19]</sup>。晶面的排和面对 PXR 特性的影响可参见文献[18-20]。

此前, Adishchev 等<sup>[21]</sup>已测量了 PXR 的线性极化。1997 年, Morokhovskii 等<sup>[22]</sup>从新测量了 PXR 的线性极化。Shchagin<sup>[23]</sup>用运动学理论对 PXR 的线性极化作了详细解释, 与实验符合得很好。

2001 年以来, PXR 的研究热点转向利用 PXR 建立新型的 X-ray 光源, 并应用于晶体结构的解析、X 射线吸收精细结构(X-ray absorption fine structure, XAFS)、折射衬度成像、能量色散的 XAFS 等领域。

## 2 PXR 的虚光子理论阐述

PXR 可看作在电导率周期性变化的介质中,带电粒子的速度小于电磁波的相速度时产生的 Cherenkov 辐射<sup>[24]</sup>。Shchagin 等<sup>[25]</sup>由此解释了 PXR 本质:对任何观察方向  $\Omega$ ,

$$\hbar\omega = \frac{c\hbar|\vec{g} \cdot \vec{V}|}{c - \sqrt{\epsilon_0} \vec{V} \cdot \vec{\Omega}} \quad (2)$$

虚光子衍射产生 PXR 的理论<sup>[2]</sup>,很好地解释了在布拉格角附近 PXR 的角分布和线性极化。根据量子电动力学的理论,相对论运动的电子,电磁场主要由电子运动方向的垂直分量决定。电磁场沿着电子运动方向传播,并与之垂直。把电子产生的电磁辐射近似看成虚光子,PXR 就可描述为虚光子被晶体中晶面衍射所产生的辐射。1987 年,Bazylev 等<sup>[26]</sup>计算了虚光子的频谱分布:

$$Y_\nu = \frac{d^2 N_\nu}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{4\pi^2 \omega} \left| \frac{\sin \theta_\nu}{\xi^{-1} - \cos \theta_\nu} \right|^2 \quad (3)$$

式中,  $e^2/\hbar c = 1/137$  是电子的相对论因子,  $\theta_\nu$  是入射粒子速度  $V$  与虚光子波矢的夹角,  $\xi = V\xi^{-1/2}/c$ 。

对于相对论运动粒子,  $\xi^{-1} = 1 + 1/2\gamma_{\text{eff}}^{-2}$ , 当  $\theta_\nu \ll 1$  时, 式(3)可表示为:

$$Y_\nu = \frac{d^2 N_\nu}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{4\pi^2 \omega} \left| \frac{\theta_\nu}{\gamma_{\text{eff}}^{-2} - \theta_\nu} \right|^2 \quad (4)$$

式中,  $\gamma_{\text{eff}}$  是有效的相对论因子。沿着粒子运动轨迹虚光子有一个锥形的分布, 当满足条件  $\theta_\nu = \theta_{\text{max}} = \gamma_{\text{eff}}^{-1} = (\gamma^2 + |\chi_0|)^{1/2}$  时, 虚光子有最大强度(其中  $\chi_0$  是电介质极化率,  $\gamma$  是入射粒子的相对论因子)。在真空中  $\gamma_{\text{eff}} = \gamma$ , 在介质中, 总有  $\gamma_{\text{eff}} > \gamma$ 。当光子能量超过介质原子能量时, 有效的相对论因子可写成:

$$\gamma_{\text{eff}}^{-1} = \sqrt{\gamma^{-2} + \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2} \quad (5)$$

其中  $\omega_p$  是介质的等离子频率。

图 1 是 PXR 的产额分布。直线代表电子穿越晶体的运动轨迹, 斜线代表由倒格矢矢量  $\vec{g}$  确定的晶面。图中显示了虚光子沿电子速度  $V$  的分布, 电子轨迹下布拉格方向上显示了 PXR 光子的分布。

由图 1, PXR 的角分布与虚光子的角分布非常相似。两者主要的不同在于虚光子谱是连续的  $\sim \omega^{-1}$ , 而 PXR 的谱图是准连续的。因此, PXR 可视为虚光子在晶体中受晶面衍射所产生。

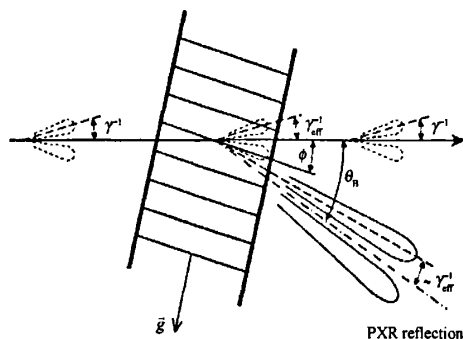


图 1 PXR 产额的分布  
Fig.1 Distribution of PXR yield

## 3 PXR 产额的角分布

Shchagin 等<sup>[11]</sup>根据 Ter-Mikaelian 的理论<sup>[2]</sup>框架推导出 PXR 产额通用的微分矢量公式。为计算方便, 本文用球坐标定义 PXR 产生的几何架构, 并用 PXR 产额公式的标量形式来说明 PXR 的分布特性。球坐标图见图 2。

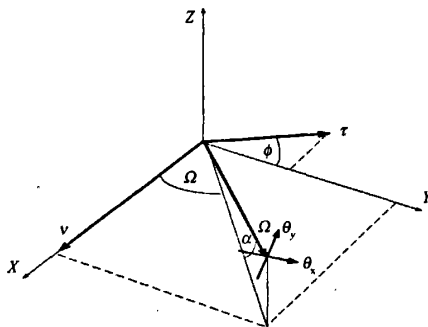


图 2 PXR 几何的定义  
Fig.2 Definition of PXR yield geometry

图中绘出了  $\vec{r}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{\Omega}$  三个矢量。假设电子速度  $\vec{v}$  沿着  $x$  轴, 电子与晶体的相互作用发生在圆点, 倒格矢矢量  $\vec{r}$  位于  $x$ - $y$  平面内并与  $y$  轴正向成  $\phi$  角, 则 PXR 方向由极角  $\Omega$  (与  $x$  轴正向的夹角) 和方位角  $\alpha$  (与  $x$ - $y$  平面夹角且沿着  $z$  轴正向) 确定。  $\theta_x$  和  $\theta_y$  代表新的坐标轴, 其圆点是探测器表面的中心位置(在  $\vec{\Omega}$  方向上), 所在的平面垂直于由矢量  $\vec{r}$  和  $\vec{v}$  所确定的平面(衍射平面)。  $\theta_x$  为衍射平面内偏离圆点的角位移,  $\theta_y$  为垂直于衍射平面偏离圆点的角位移。

按这一坐标系的定义, 布拉格角附近的 PXR 的光子分布可用衍射平面内的角位移  $\theta_x$  和垂直于衍射平面的角位移  $\theta_y$  所确定的立体角表达。PXR 光子分布的 MKS 表达式为<sup>[27]</sup>:

$$\frac{d^2 N}{d\theta_x d\theta_y} = \frac{\alpha}{4\pi} \left[ L_a \left| \frac{\vec{n} \cdot \vec{\Omega}}{n \cdot V} \right| (1 - e^{-L/(n \cdot \vec{V})}) \right] \quad (6)$$
$$\chi_h^2 e^{-2W} \frac{\theta_x^2 \cos^2 2\theta_B + \theta_y^2}{\sin^2 \theta_B (\theta_x^2 + \theta_y^2 + \theta_{ph}^2)^2}$$

式中,  $\alpha$  为精细结构常数,  $\omega_B$  是 PXR 的角频率,  $\theta_B$  为布拉格角。 $e^{-2W}$  是晶体的 Debye- Waller 因子(与晶格震动有关)。唯一与电子能量有关的项是  $\theta_{ph}$ , 即 PXR 的特征角, 决定了 PXR 光子的分布。 $\chi_p$  是电极化率的傅立叶展开项, 代表晶体的衍射效率。方括号内的项是几何因子  $f_{geo}$ , 与晶体对光子吸收有关。 $\vec{n}$  是垂直于晶体表面的单位矢量,  $L_a$  是晶体中 PXR 的吸收长度,  $L$  是晶体的厚度。

PXR 光子来自于入射相对论运动电子的电场, 图 3 画出了入射电子的电场和 PXR 发射分布形状。

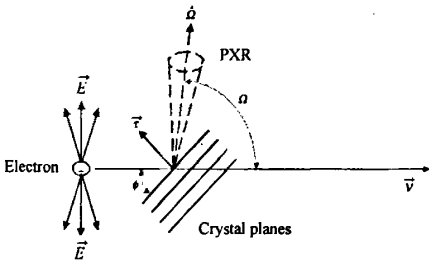


图 3 电子的电场和 PXR 的产额分布  
Fig.3 The electrical field and distribution of PXR field

在  $\vec{\Omega}$  方向上 PXR 的强度为零, PXR 主要分布在  $\vec{\Omega}$  两侧, 且与  $\vec{\Omega}$  的夹角为  $\theta_{ph}$  时达到最大值。PXR 的 X 射线的频率远大于实验中使用晶体的等离子频率, 当电子的能量小于 100 MeV 时,  $\theta_{ph} \sim 1/\gamma$ , 则

$$\theta_{ph} = \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} + \left(\frac{\omega_p^2}{\omega}\right)^2} \quad (7)$$

式(6)中, 与 PXR 光子分布和极化有关的部分可表示为:

$$N(\theta_x, \theta_y) = \frac{\theta_x^2 \cos^2 2\theta_B + \theta_y^2}{\sin^2 \theta_B (\theta_x^2 + \theta_y^2 + \theta_{ph}^2)^2} \quad (8)$$

我们先讨论 PXR 的分布, PXR 分布可用函数  $N(\theta_x, \theta_y)$  的三维曲线对应的等高线来表示。等高线的间距代表 PXR 强度的梯度改变。如果我们用 60 MeV 的电子以  $\theta_B=15^\circ$  的布拉格角入射到晶体上, 就会显示出如图 4 所示的 PXR 光子在探测器平面的分布情况。探测器表面垂直于 PXR 发射方向  $\vec{\Omega}$ 。

由图 4, 在中心布拉格角处 PXR 的强度为零, 在  $\theta_y$  轴垂直于衍射平面内有两处 PXR 强度达到最大值。同样, 在  $\theta_x$  轴也有两处 PXR 强度达到极大

值。这也可由图 5 说明。假设入射电子能量是 60 MeV,  $\theta_B=15^\circ$ , 当只考虑  $\theta_x$  平面内的 PXR 分布, 及  $\theta_y=0$  时, 将式(5)对  $\theta_x$  作图就可以得到图 5 中的点线图; 只考虑  $\theta_y$  平面内 PXR 的分布及  $\theta_x=0$  时, 就得到图 5 的实线图。

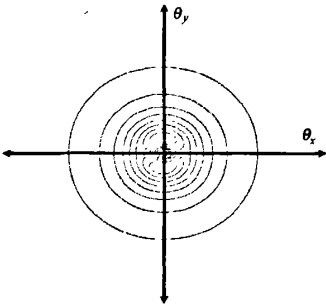


图 4 PXR 的角分布等高线图  
Fig.4 Contour of PXR angle distribution

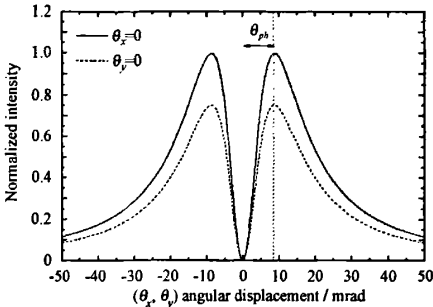


图 5  $\theta_x$  和  $\theta_y$  平面内 PXR 的分布  
Fig.5 Distribution of PXR in  $\theta_x$  and  $\theta_y$  plan

由图 5, 当  $\theta_x = \theta_{ph}$  或  $\theta_y = \theta_{ph}$  时, PXR 产额达到最大。所以对于点探测器, 收集 PXR 最好的位置为  $\theta_x=0, \theta_y = \theta_{ph}$ 。光子的角分布由电子的能量决定。电子能量越高, 特征角  $\theta_{ph}$  越小, PXR 被限制在一个小角度范围内。

4 PXR 的极化

PXR 极化理论见文献[23]。公式(8)定义了 PXR 谱线的形状和谱线的极化。 $\theta_x$  是 PXR 电场的平行分量, 而  $\theta_y$  是其垂直分量。式(5)中,  $\theta_x$  的权重是  $\cos^2 2\theta_B$ 。当  $\theta_B \rightarrow 0$  时, 权重接近于 1, PXR 谱线接近圆极化。当  $\theta_B \rightarrow 45^\circ$ ,  $\theta_x$  的权重接近于零, 此时 PXR 谱线在垂直于衍射平面内是线极化。图 6 表示当电子能量为 60 MeV 时, 不同的布拉格角所对应的 PXR 的极化。

由图 6, PXR 的极化与布拉格角有关, 即随着布拉格角的增大, PXR 由圆偏振逐渐变成线偏振。

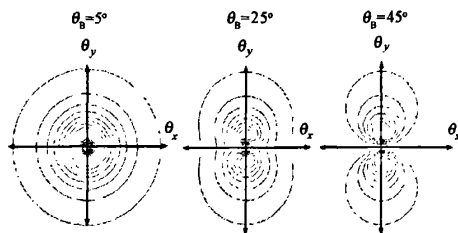


图 6 PXR 的极化  
Fig.6 Polarization of PXR

## 5 PXR 的相关应用

PXR 研究集中于如何利用 PXR 建立连续可调的准单色 X 射线源及其相关应用。我们知道,最高效的 X 射线源是同步辐射,但其条件和费用都较高。在无同步辐射实验装置的地区,用 PXR 可解决很多物理问题。

利用 PXR,首先要解决 PXR 谱线的优化。在 PXR 目标晶体的选择方面,主要关注其晶格参数、晶体厚度、电、热和吸收特性,晶体的生长和抛光技术等。在 PXR 产生的条件方面,电子束流能散度、光斑尺寸、束流发射度和由窗与晶体产生的散角等,都会影响 PXR 的性态。PXR 的产生伴有韧致辐射、渡越辐射等,须考虑探测靶的屏蔽。

图 7 为 Si、Ge、Cu、W 和高定向石墨晶体的 PXR 产额与光子能量的理论值<sup>[28]</sup>。PXR 的反射强度计算主要考虑(111), (220), (100), (002) 晶面。布拉格角度为 5°~90°,衍射强度由 PXR 微分产额公式在最大点的积分得到的,积分范围是 1 mm<sup>2</sup>的探测器表面在 1 m 处所成的立体角。光子能量 <25 MeV 时,石墨是最好的目标晶体。光子能量更高,则 W, Cu 是较好的选择。

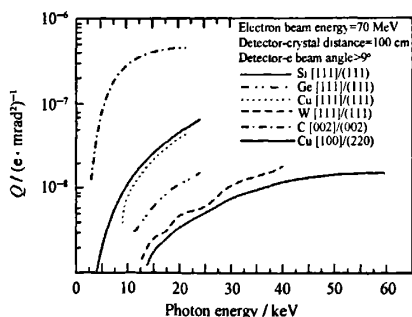


图 7 不同晶体 PXR 的产额  
Fig.7 PXR field of different crystals

Andreyashkin 等<sup>[17]</sup>将目标晶体放在储存环或直线加速器内,让多通道电子经过目标晶体。同时也有人用人工的周期性结构晶体(多层膜)作为目标晶体<sup>[29]</sup>。这两种方法对 PXR 的亮度均有一定的优化。

PXR 的应用研究有: Kuwada 等<sup>[30]</sup>的 X 射线成像和 XAFS 实验,基于小型同步加速器 MIRRORCLE-20SX; Yamada 等<sup>[31]</sup>利用 20 MeV 的电子束成功开发了单色可调的 X 射线束,并准备应用于蛋白质结构的解析; Akira Mori 等<sup>[32]</sup>的能量色散 XAFS 和相位衬度成像,取得很好的结果。

PXR 作为一种新的 X 射线光源,有其广泛的应用前景和很高的科研价值。

## 参考文献

- 1 Fainberg Ya B, Khizhnyak N A, Zh Eksp. Teor Fiz, 1957, 32: 883-895
- 2 Ter-Mikaelian M L. Edition of Armenian Academy of Science, Erevan, 1969
- 3 Vorobiev S A, Kalinin B N, Pak S, *et al.* Zh Eksp Teor Fiz, 1985, Pis'ma 41: 3-6
- 4 Baryshevsky V G. Nucl Instr Meth B, 1997, 122: 13-18
- 5 Yuan L C L, Alley P W, Bamberger A, *et al.* Nucl Instr Meth A, 1985, 234: 426-429
- 6 Kalinin B N, Naumenko G A, Padalko D V, *et al.* Nucl Instr Meth B, 2001, 173: 253-261
- 7 Feranchuk I D, Ivashin A V. J Phys (Paris), 1985, 45: 1981-1986
- 8 Dialetis D. Phys Rev A, 1978, 17: 1113-1122
- 9 Nitta H. Phys Lett A, 1991, 158: 270-274
- 10 Shchagin A V, Khizhnyak N A. Nucl Instr Meth B, 1991, 119: 115-122
- 11 Shchagin A V, Pristupa V I, Khizhnyak N A. Phys Lett A, 1990, 148: 485-488
- 12 Shchagin A V, Pristupa V I, Khizhnyak N A. Nucl Instr Meth B, 1995, 99: 277-280
- 13 Parsa Z, Shchagin A V, Parsa Z (Ed.). New Modes of Particle, 1997
- 14 Brenzinger K H, Limburg B, Backe H, *et al.* Phys Rev Lett, 1997, 79: 2462-2465
- 15 Brenzinger K H, Herberg C, Limburg B Z, *et al.* Phys A, 1997, 358: 107-114
- 16 Fiorito R B, Rule D W, Piestrup M A, *et al.* Phys Rev E, 1995, 51: R2759-R2762
- 17 Andreyashkin M Yu, Kaplin V V, Uglov S R, *et al.* Appl Phys Lett, 1998, 72: 1385-1387
- 18 Shchagin A V. Phys Lett A, 1999, 262: 383-388
- 19 Shchagin A V, Maruyama X K. Accelerator-based atomic physics techniques and applications. AIP Press, New York, 1999. 279-307

- 20 Shchagin A V, Pristupa V I, Khizhnyak N A. Nucl Instr Meth B, 1995, **99**: 277–280
- 21 Adishchev Yu N, Verzilov V A, Vorobyev S A, *et al.* Zh Eksp Teor Fiz, 1988, Pis'ma **48**: 311–314
- 22 Morokhovskii V V, Schmodt K H, Buschhorn G, *et al.* Phys Rev Lett, **79**: 4389–4392
- 23 Shchagin A V. Phys Lett A, 1998, **247**: 27–36
- 24 Fainberg Ya B, Khizhnyak N A, Zh Eksp. Teor. Fiz, 1957, **32**: 883–895
- 25 Shchagin A V, Maruyama X K, Shafroth S M, *et al.* (Eds.), Accelerator-based atomic physics techniques and applications. AIP Press, New York, 1997. 279–307
- 26 Bazylev V A, Zhevago Z K. Radiation of Fast Particles in Matter and External Fields. Nauka, Moscow (in Russian). 1987
- 27 Brenzinger K H. Phys Rev Lett, 1997, **79**: 2462–2465
- 28 Danon Y, Sones B A, Block R C. ANS Transactions, Summer Meeting, Hollywood, FL, 2002, **86**: 352
- 29 Andreyashkin M Yu, Kaplin V V, Uglov S R, *et al.* Appl Phys Lett, 1998, **72**(1385): 133–134
- 30 Kuwada T, Hayakawa Y, Nogami K, *et al.* AIP Conf Proc, 2007, **879**: 1968–1971
- 31 Yamada H, Hanashima T, Morita M, *et al.* AIP Conf Proc, 2007, **902**: 26–30
- 32 Akira Mori, Yasushi Hayakawa, Isamu Sato, *et al.* AIP Conf Proc, 2007, **879**: 1841–1844

## Characteristic and application of parametric X-ray radiation

SUN Yinbao<sup>1,2</sup> XIE Yaning<sup>1</sup>

<sup>1</sup> (Beijing Synchrotron Radiation Facility, Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

<sup>2</sup> (Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract** When virtual photons produced by charged particles passes crystal and are diffracted by crystal lattice in the mode of Bragg or Laue geometry, they can form a kind of X-ray radiation named parametric X-ray radiation(PXR), PXR has a serious of characters: linearly polarized, quasi monochromatic, smoothly tunable, narrow width of energy, high efficiency of photo/electron conversion. Electrons in MeV and GeV energies can be used to produce PXR. There are also some aspects of potential application about PXR.

**Key words** Parametric X-ray radiation(PXR), Quasi monochromatic, X-ray source

CLC TL8